

* Ejercicio 12.

EN ESTOS PROBLEMAS SIEMPRE IGUAL
CON F SACAS V.

HACES LA GRAFICA SABRIENDO QUE $E_m = E_c + E_p$.

$$F = \frac{36}{x^3} - \frac{9}{x^2} \quad (x > 0)$$

$$36 \cdot \frac{1}{x^3} = 36 \cdot x^{-3} = 36 \cdot \frac{x^{-2}}{-2} = -18x^{-2} = -\frac{18}{x^2}$$

$$V = - \int F dx = - \int \left(\frac{36}{x^3} - \frac{9}{x^2} \right) dx = - \left(-\frac{18}{x^2} + \frac{9}{x} \right) = +\frac{18}{x^2} - \frac{9}{x} + C$$

Para dibujar la gráfica:

$$\text{máx y mín: } V' = -F = -\frac{36}{x^3} + \frac{9}{x^2} = 0$$

$$\frac{-36x^2 + 9x^3}{x^3} = 0 \rightarrow 36x^2 - 9x^3 = 0$$

$$x^2(36 - 9x) = 0$$

$$\rightarrow 36 - 9x = 0 \Rightarrow x = 4$$

~~x=0~~ el enunciado te dice que $x > 0$

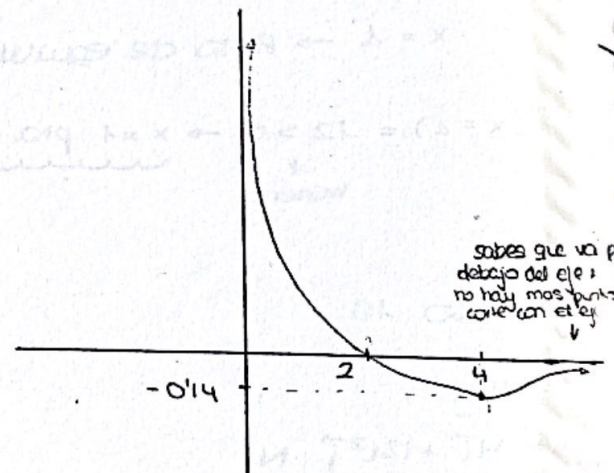
$$V'' = -\frac{108}{x^4} + \frac{18}{x^3} \rightarrow V''(x=4) = -0.14 < 0 \rightarrow \text{mínimo.}$$

$$\text{corte con el eje } x: V = \frac{18}{x^2} - \frac{9}{x} = 0$$

$$18 - 9x = 0 \Rightarrow x = 2.$$

corte con el eje y: igualamos $x = 0$.

$$\frac{18}{0} - \frac{9}{0} = \infty$$



→ Cuando la Emec. pasa por encima del

eje x, solo hay un punto de corte → mov. libre con un único extremo.



Cuando la Emec. pasa por debajo del eje x,

hay dos puntos de corte con la gráfica de V → oscilación periódica entre dos extremos.

$$x_0 = 4$$

$$v_0 = 0.5 \text{ m/s}$$

$$m = 1$$

$$F = -\frac{dV}{dx} \rightarrow V = -\int F dx$$

$$V = -\int \frac{36}{x^3} - \frac{9}{x^2} dx = \frac{18}{x^2} - \frac{9}{x}$$

en los extremos $\rightarrow$ velocidad = 0

$$T = 0 \rightarrow E_m = V$$

$$\underbrace{\frac{1}{2} m v_0^2}_{0.125} + \underbrace{\frac{18}{x_0^2} - \frac{9}{x_0}}_{-1.125} = \frac{18}{x^2} - \frac{9}{x} \Rightarrow -1 = \frac{18-9x}{x^2}$$

$$-x^2 = 18 - 9x$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2} = \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 3 \end{array} \right\} \text{ Ptos. extremo.}$$

periodo de oscilación.

0.5

$$Z = 2 \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{\frac{2(E_0 - V(x))}{m}}} = 2 \int_3^6 \frac{1}{\sqrt{\frac{2(-1 - \frac{18}{x^2} + \frac{9}{x})}{1}}} dx = 2 \int_3^6 \frac{1}{\sqrt{-2 - \frac{36}{x^2} + \frac{18}{x}}} dx =$$

$$= 2 \int_3^6 \frac{1}{\sqrt{-2 - \frac{36}{x^2} + \frac{18}{x}}} dx = 2 \int_3^6 \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{x^2}(x-6)(x-3)}} dx = 2 \int_3^6 \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{x} ((x-6)(x-3))^{1/2}} dx =$$

$$\frac{-2x^2 - 36 + 18x}{x^2} = \frac{2}{x^2} (-x^2 + 18 - 9x) = \frac{2}{x^2} (x-6)(x-3)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} \int_3^6 \frac{x}{((x-6)(x-3))^{1/2}} dx = \frac{\sqrt{2}}{1} \frac{\pi(a+b)}{2} = \frac{9\pi}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m v^2 + \frac{18}{x^2} - \frac{9}{x} &= -1 \rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = -1 + \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} \\ \dot{x} &= \sqrt{\frac{2}{x^2} (x-3)(6-x)} \rightarrow \frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{2} \cdot \frac{((x-3)(6-x))^{1/2}}{x} \\ \int_3^6 \frac{x dx}{\sqrt{2} (x-3)(6-x)^{1/2}} &= \int_0^{\pi/2} dt = \tau/2 \\ Z &= \frac{2}{\sqrt{2}} \int_3^6 \frac{x dx}{(x-3)(6-x)^{1/2}} = \sqrt{2} \frac{9\pi}{2} = \frac{9\pi}{\sqrt{2}} \text{ s} \end{aligned}$$

Existe un único punto de equilibrio en $x = 4$ y es estable (mínimo)
demostrado en el apartado a)